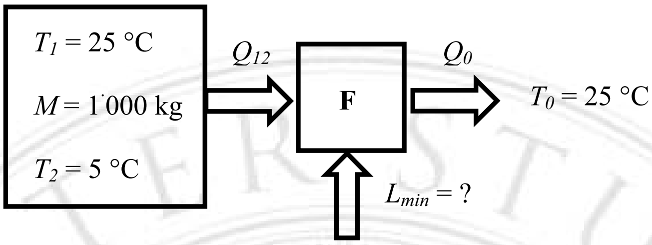
Esercizio (2° principio della termodinamica)

Una massa $M = 1\,000$ kg d'acqua si trova alla temperatura $T_1 = 25$ °C in un contenitore di capacità termica trascurabile. Si vuole raffreddarla (a pressione costante) fino alla temperatura $T_2 = 5$ °C con una macchina frigorifera che può scaricare calore nell'ambiente alla temperatura di $T_0 = 25$ °C. Calcolare il lavoro minimo necessario, da fornire alla macchina frigorifera.



Soluzione B (senza utilizzare l'entropia)

Si impiega il minimo lavoro se si utilizza una macchina frigorifera reversibile, cioè di Carnot, che lavora tra la temperatura dell'ambiente T_0 e la temperatura della massa d'acqua.
Indicando con T la temperatura della massa d'acqua, variabile da T_1 a T_2, il coefficiente di effetto frigorigeno, o di prestazione, della macchina è:

$$\eta_{1fC} = COP_f = \frac{T}{T_0 - T} \qquad (1)$$

Il coefficiente di effetto frigorigeno, o di prestazione, della macchina si può anche esprimere come:

$$\eta_{1fC} = COP_f = \frac{\delta Q_{12}}{\delta L_{\min}} \qquad (2)$$

poiché la macchina assorbe una quantità di lavoro δL_{min} per asportare la quantità di calore δQ_{12} dalla massa d'acqua, che varia la temperatura di dT.
Dalla (2) si ricava δL_{min} e quindi si inserisce la (1):

$$\delta L_{\min} = \frac{\delta Q_{12}}{\eta_{1fC}} = \frac{T_0 - T}{T}\delta Q_{12} \qquad (3)$$

Ma la quantità di calore δQ_{12} è quella che, asportata dalla massa d'acqua, ne provoca un raffreddamento di dT:

$$\delta Q_{12} = -Mc_p dT \qquad (4)$$

Inserendo la (4) nella (3):

$$\delta L_{\min} = -Mc_p \frac{T_0 - T}{T} dT \qquad (5)$$

Integrando sulla variazione di temperatura da T_1 a T_2 si trova il lavoro minimo cercato:

$$L_{\min} = \int_1^2 \delta L_{\min} = -Mc_p \int_1^2 \frac{T_0 - T}{T} dT = Mc_p \left[\int_2^1 \frac{T_0}{T} dT - \int_2^1 dT \right] = Mc_p \left[T_0 \ln \frac{T_1}{T_2} - (T_1 - T_2) \right] \tag{6}$$

Sostituendo i valori numerici e considerando c_p costante e pari a 4'186 J/(kg·K):

$$L_{\min} = 1'000 \cdot 4'186 \left[(273+25) \cdot \ln \frac{273+25}{273+5} - \left((273+25) - (273+5)\right) \right] \approx 2'942 \,[\text{kJ}] \tag{7}$$