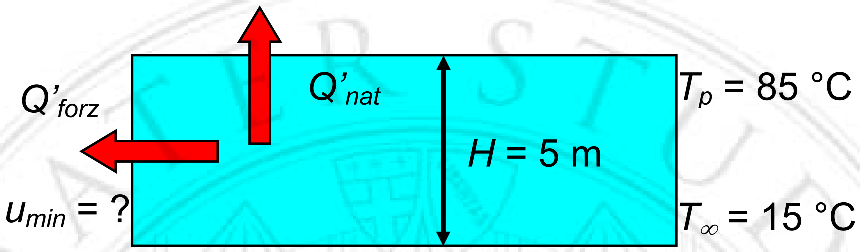
Esercizio (convezione)

Adattato da: Y. A. Çengel, Termodinamica e trasmissione del calore, 2ª ed., McGraw-Hill (2005).

Si consideri una lastra verticale alta H = 5 m con temperatura superficiale T_p = 85 °C in aria alla temperatura T_∞ = 30 °C. L'aria si comporta come un gas perfetto.
Supponendo di imporre all'aria un regime di moto forzato, si determini la minima velocità dell'aria sopra la quale lo scambio termico tra lastra ed aria per convezione naturale è trascurabile.



Soluzione

Per valutare l'importanza relativa della convezione naturale e forzata occorre confrontare Gr con Re^2.
Serve una lunghezza caratteristica, che si può assumere pari all'altezza della lastra:

$$L = H = 5 \text{ m} \tag{1}$$

La temperatura di film vale:

$$T_f = \frac{T_p + T_\infty}{2} \approx \frac{358 + 303}{2} = 330{,}5 \ \text{ K} \approx 57{,}5 \ \text{ °C} \tag{2}$$

Per β si assume il valore di gas perfetto alla temperatura di film:

$$\beta \approx \frac{1}{T_f} \approx \frac{1}{330{,}5} \approx 3{,}026 \cdot 10^{-3} \ \text{ K}^{-1} \tag{3}$$

A questa temperatura, dalla letteratura si trova il seguente valore per la viscosità cinematica dell'aria: $\nu = 1{,}87 \cdot 10^{-5}$ m^2/s.
Il numero di Reynolds vale:

$$Re = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{u_\infty \cdot 5}{1{,}87 \cdot 10^{-5}} \approx 2{,}67 \cdot 10^5 u_\infty \tag{4}$$

Il numero di Grashof vale:

$$Gr = \frac{g\beta\left|T_p - T_\infty\right|L^3}{\nu^2} \approx \frac{9{,}81\cdot 3{,}026\cdot 10^{-3}\left|85-30\right|\cdot 5^3}{\left(1{,}87\cdot 10^{-5}\right)^2} \approx 5{,}8\cdot 10^{11} \qquad (5)$$

La convezione naturale è trascurabile (e prevale la convezione forzata) quando:

$$\frac{Gr}{Re^2} \approx \frac{5{,}8\cdot 10^{11}}{\left(2{,}67\cdot 10^5 u_\infty\right)^2} < 0{,}1 \qquad (6)$$

Da cui:

$$u_\infty > \sqrt{\frac{5{,}8\cdot 10^{11}}{0{,}1\cdot\left(2{,}67\cdot 10^5\right)^2}} \approx 9{,}02 \approx 9 \text{ m/s} \qquad (7)$$