

Esercizio (convezione + irraggiamento)

Adattato da: S. Lazzari, B. Pulvirenti, E. Rossi di Schio, *Esercizi risolti di termodinamica, moto dei fluidi e termocinetica, Esculapio (2004)*.

Il tetto piano di un edificio ha superficie $S = 40 \text{ m}^2$.

Riceve dal sole allo zenith l'irradiazione $G_s = 1'000 \text{ W/m}^2$, al livello del mare, in condizioni ottimali di atmosfera trasparente.

La temperatura dell'aria è $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Il coefficiente di convezione è $h = 20 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$.

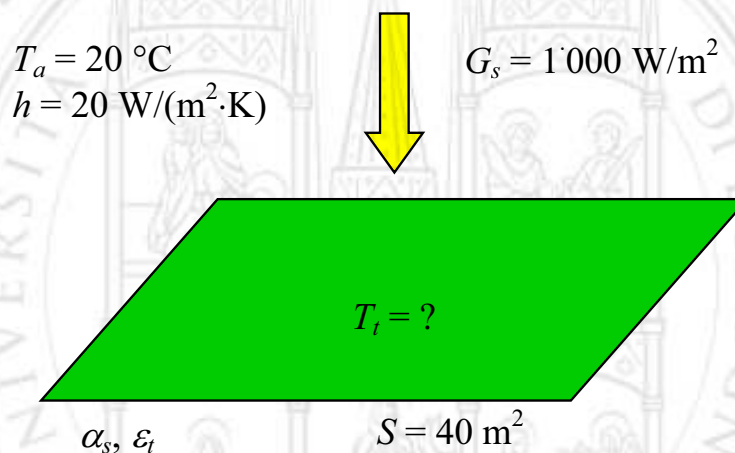
Calcolare la temperatura di equilibrio del tetto nei due casi in cui sia:

1. pitturato di nero: $\alpha_s = 0,97$ e $\varepsilon_t = 0,97$;

2. pitturato di bianco: $\alpha_s = 0,21$ e $\varepsilon_t = 0,96$;

essendo α_s il coefficiente di assorbimento della superficie pitturata nel campo del visibile e del primo infrarosso e ε_t l'emissività a temperature prossime a quella ambientale.

Calcolare negli stessi casi la ipotetica temperatura di equilibrio in assenza di atmosfera.

**Soluzione**

All'equilibrio, la potenza termica assorbita dal tetto, proveniente dalla radiazione solare, eguaglia la somma di quelle disperse per irraggiamento e convezione:

$$\dot{Q}_{ass,s} = \dot{Q}_{irr} + \dot{Q}_{conv} \quad [\text{W}] \quad (1)$$

Ovvero:

$$\alpha_s G_s S = \varepsilon_t \sigma_0 T_t^4 S + h(T_t - T_a) S \quad [\text{W}] \quad (2)$$

Questa è un'equazione algebrica nell'incognita T_t che si può porre in forma standard:

$$\varepsilon_t \sigma_0 T_t^4 + h T_t - h T_a - \alpha_s G_s = 0 \quad (3)$$

Si tratta di un'equazione algebrica di 4° grado in T_i , che può essere risolta algebricamente o anche per tentativi.

Ponendo $\alpha_s = 0,97$ e $\varepsilon_i = 0,97$ (pittura nera) si trova:

$$\alpha_s = 0,97 \text{ e } \varepsilon_i = 0,97 \rightarrow T_i \approx 315 \text{ K} \approx 42 \text{ °C} \quad (4)$$

Ponendo $\alpha_s = 0,21$ e $\varepsilon_i = 0,96$ (pittura bianca) si trova:

$$\alpha_s = 0,21 \text{ e } \varepsilon_i = 0,96 \rightarrow T_i \approx 285 \text{ K} \approx 12 \text{ °C} \quad (5)$$

In assenza di atmosfera bisognerebbe eliminare i termini convettivi:

$$\varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 - \alpha_s G_s = 0 \quad (6)$$

$$T_i = \left(\frac{\alpha_s G_s}{\varepsilon_i \sigma_0} \right)^{1/4} \quad (7)$$

e si otterrebbero i risultati:

$$\alpha_s = 0,97 \text{ e } \varepsilon_i = 0,97 \rightarrow T_i \approx 364 \text{ K} \approx 91 \text{ °C} \quad (8)$$

$$\alpha_s = 0,21 \text{ e } \varepsilon_i = 0,96 \rightarrow T_i \approx 249 \text{ K} \approx -24 \text{ °C} \quad (9)$$