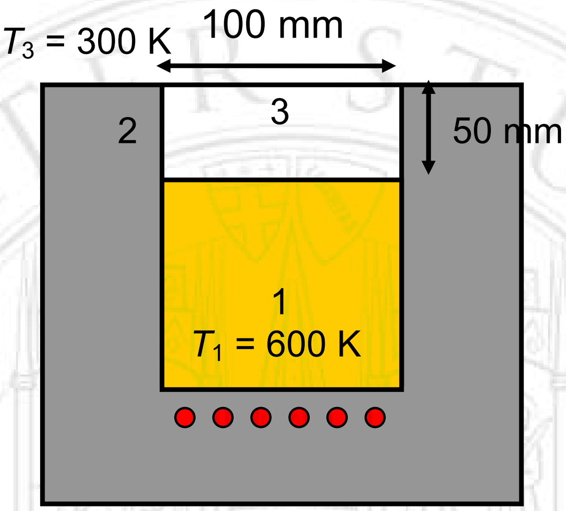
## Esercizio (irraggiamento)

Un crogiuolo da laboratorio in grafite ha una cavità cilindrica di diametro $D$ = 100 mm. E' riscaldato dal fondo e le pareti laterali sono ben isolate.
La cavità cilindrica è riempita con una fusione alla temperatura di 600 K fino a 50 mm dal bordo superiore.
Se l'ambiente circostante è alla temperatura di 300 K, ed assumendo che tutte le superfici siano nere, qual è la potenza termica dissipata per radiazione dalla fusione?




## Soluzione

Si denotino con:

1: la superficie della fusione;
2: la parte esposta della parete laterale della cavità cilindrica;
3: l'ambiente circostante; la superficie 3 può essere posta all'apertura della cavità senza alterare i termini del problema.

La potenza termica radiante dalla superficie 1 è:

$$\dot{Q}_1 = S_1 F_{12}\left(E_{n1} - E_{n2}\right) + S_1 F_{13}\left(E_{n1} - E_{n3}\right) \tag{1}$$

dove:

$$S_1 = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{0{,}1^2}{4} \approx 0{,}00785 \ \ \mathrm{m}^2 \tag{2}$$

Il fattore di vista $F_{13}$ può essere ricavato da tabelle o grafici per due dischi affacciati. Utilizzando per esempio la figura 14.43 del testo di Çengel (*Y. A. Çengel, Termodinamica e trasmissione del calore, McGraw-Hill Italia (1998)*) si ottiene:

$$\frac{L}{r_1} = \frac{r_3}{L} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3}} = 1 \Rightarrow F_{13} \approx 0{,}38 \tag{3}$$

Per la legge della somma si ha poi:

$$F_{12} = 1 - F_{13} \approx 1 - 0{,}38 \approx 0{,}62 \tag{4}$$

Per l'ipotesi di considerare tutte le superfici come nere, si possono calcolare i poteri emissivi totali delle superfici la cui temperatura è nota:

$$E_{n1} = \sigma_0 T_1^4 \approx 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 600^4 \approx 7'348 \ \ \mathrm{W/m^2} \tag{5}$$

$$E_{n3} = \sigma_0 T_3^4 \approx 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 300^4 \approx 459 \ \ \mathrm{W/m^2} \tag{6}$$

Poiché $T_2$ è incognita, non si può calcolare direttamente $E_{n2}$.
Si può però sfruttare il fatto che le pareti della cavità (cioè la superficie 2) sono ben isolate (cioè adiabatiche) e dunque:

$$\dot{Q}_2 = S_2 F_{21}\left(E_{n2} - E_{n1}\right) + S_2 F_{23}\left(E_{n2} - E_{n3}\right) = 0 \tag{7}$$

dove per simmetria:

$$F_{21} = F_{23} \tag{8}$$

Dunque semplificando la (7) si ha:

$$\left(E_{n2} - E_{n1}\right) + \left(E_{n2} - E_{n3}\right) = 0 \tag{9}$$

e risolvendo rispetto a $E_{n2}$:

$$E_{n2} = \frac{E_{n1} + E_{n3}}{2} \approx \frac{7'348 + 459}{2} \approx 3'903 \ \ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} \tag{10}$$

dalla quale si ricava anche:

$$T_2 = \left(\frac{E_{n2}}{\sigma_0}\right)^{1/4} \approx 512{,}2 \ \ \mathrm{K} \tag{11}$$

Inserendo i valori numerici trovati nella (1), si può ora calcolare la potenza termica radiante dalla superficie 1:

$$\dot{Q}_1 = 0{,}00785 \cdot [0{,}62\left(7'348 - 3'903\right) + 0{,}38\left(7'348 - 459\right)] \approx 37{,}3 \ \ \mathrm{W} \tag{12}$$