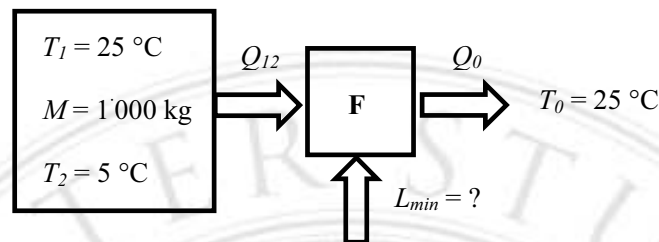


**Esercizio (2° principio della termodinamica)**

Una massa  $M = 1'000$  kg d'acqua si trova alla temperatura  $T_1 = 25$  °C in un contenitore di capacità termica trascurabile. Si vuole raffreddarla (a pressione costante) fino alla temperatura  $T_2 = 5$  °C con una macchina frigorifera che può scaricare calore nell'ambiente alla temperatura di  $T_0 = 25$  °C. Calcolare il lavoro minimo necessario, da fornire alla macchina frigorifera.

**Soluzione**

Si impiega il minimo lavoro se si utilizza una macchina frigorifera reversibile; allora la variazione di entropia dell'universo è:

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_{acqua} + \Delta S_{amb} \geq 0 \quad (1)$$

che deve essere maggiore o uguale di zero per il 2° principio della termodinamica.

La variazione di entropia della massa d'acqua conseguente al raffreddamento isobaro è:

$$\Delta S_{acqua} = M(s_2 - s_1) = M \int_1^2 \frac{\delta q}{T} = M \int_1^2 \frac{c_p dT}{T} = Mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2)$$

La variazione di entropia dell'ambiente, che rimane a temperatura costante  $T_0$ , è:

$$\Delta S_{amb} = \frac{Q_0}{T_0} = \frac{Q_{12} + L_{min}}{T_0} \quad (3)$$

Sostituendo le (2) e (3) nella (1) si ha:

$$Mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{Q_{12} + L_{min}}{T_0} \geq 0 \quad (4)$$

Dalla quale si può ricavare  $L_{min}$ , che si trova quando vale il segno di uguaglianza:

$$L_{min} = T_0 Mc_p \ln \frac{T_1}{T_2} - Q_{12} \quad (5)$$

Si noti poi che  $Q_{12}$  vale:

$$Q_{12} = Mc_p (T_1 - T_2) \quad (6)$$

Sostituendo la (6) nella (5) si ha:

$$L_{\min} = T_0 M c_p \ln \frac{T_1}{T_2} - M c_p (T_1 - T_2) = M c_p \left[ T_0 \ln \frac{T_1}{T_2} - (T_1 - T_2) \right] \quad (7)$$

Sostituendo i valori numerici e considerando  $c_p$  costante e pari a 4186 J/(kg·K):

$$L_{\min} = 1000 \cdot 4186 \left[ (273 + 25) \cdot \ln \frac{273 + 25}{273 + 5} - ((273 + 25) - (273 + 5)) \right] \approx 2942 \text{ [kJ]} \quad (8)$$

