Esercizio (convezione)

Adattato da: M. Spiga, Esercizi di fisica tecnica, Esculapio (1998).

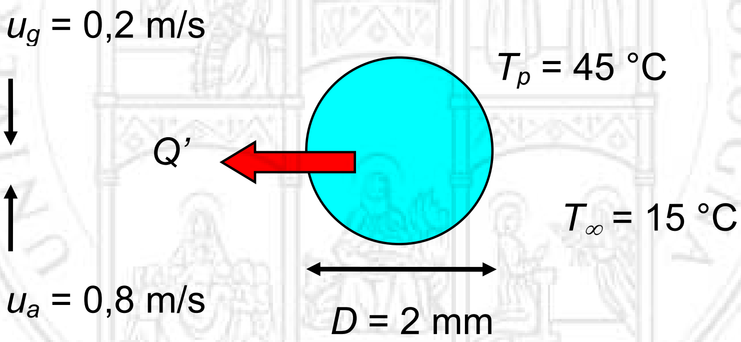
In una torre di raffreddamento goccioline d'acqua di diametro D = 2 mm cadono dalla sommità ad una velocità di u_g = 0,20 m/s, con temperatura superficiale T_p = 45 °C e vengono raffreddate per contatto da un flusso ascendente d'aria alla velocità di u_a = 0,80 m/s con temperatura di mescolamento T_b = 15 °C. L'aria si comporta come un gas perfetto.

1. Verificare che il trasferimento di calore tra goccioline d'acqua ed aria avvenga per convezione forzata, utilizzando il diametro delle goccioline come dimensione caratteristica.
2. Usando la correlazione, valida per gas in convezione forzata:

$$Nu = 0{,}41 Re^{0,6} Pr^{0,33} \quad (20 < Re < 7 \cdot 10^4) \tag{1}$$

Calcolare il flusso termico convettivo q e la potenza termica $\dot{Q}$ scambiati per convezione tra una gocciolina e l'aria.

Assumere i seguenti valori per l'aria, alla temperatura media di circa 30 °C:
densità ρ = 1,177 kg/m^3;
calore specifico c_p = 1005 J/(kg·K);
conduttività termica λ = 0,0265 W/(m·K);
viscosità cinematica ν = 1,6·10^{-5} m^2/s.



Soluzione

Per verificare che il trasferimento di calore tra goccioline d'acqua ed aria avvenga per convezione forzata occorre confrontare Gr con Re^2.
La velocità relativa dell'aria rispetto alle goccioline è:

$$u = u_g + u_a = 0{,}20 + 0{,}80 = 1 \text{ m/s} \tag{2}$$

Il numero di Reynolds vale:

$$Re = \frac{uD}{\nu} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{1{,}6 \cdot 10^{-5}} \approx 125 \tag{3}$$

Per β si assume il valore di gas perfetto alla temperatura di film:

$$\beta \approx \frac{1}{T_f} = \frac{2}{T_p + T_\infty} \approx \frac{2}{318+288} = \frac{1}{303} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-3} \quad \mathrm{K}^{-1} \tag{4}$$

Il numero di Grashof vale:

$$Gr = \frac{g\beta \left|T_p - T_\infty\right| D^3}{\nu^2} \approx \frac{9{,}81 \cdot 3{,}3 \cdot 10^{-3} \left|45-15\right| \left(2 \cdot 10^{-3}\right)^3}{\left(1{,}6 \cdot 10^{-5}\right)^2} \approx 30{,}4 \tag{5}$$

Dunque la convezione è forzata, perché:

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{30{,}4}{15625} \approx 1{,}95 \cdot 10^{-3} << 1 \tag{6}$$

Il numero di Prandtl vale:

$$\Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\nu \rho c_p}{\lambda} \approx \frac{1{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}177 \cdot 1005}{0{,}0265} \approx 0{,}714 \tag{7}$$

Dalla correlazione proposta si ricava il numero di Nusselt:

$$Nu = 0{,}41 Re^{0,6} \cdot Pr^{0,33} \approx 0{,}41 \cdot 125^{0,6} \cdot 0{,}714^{0,33} \approx 6{,}647 \tag{8}$$

Dal numero di Nusselt si ricava h:

$$h = \frac{\lambda}{D} Nu = \frac{0{,}0265}{2 \cdot 10^{-3}} 6{,}647 \approx 88 \quad \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K}} \tag{9}$$

Il flusso termico convettivo trasferito tra una gocciolina e l'aria è:

$$q = h\left|T_p - T_\infty\right| \approx 88 \cdot 30 \approx 2640 \ \mathrm{W/m^2} \tag{10}$$

La potenza termica ceduta alla superficie di una gocciolina è:

$$\dot{Q} = qS = q\pi D^2 \approx 2640 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \approx 0{,}033 \ \mathrm{W} \tag{11}$$